

A02 非平衡系におけるリズム的な時空間パターンのダイナミクスと制御

東京工業大学大学院情報理工学研究所 中尾裕也

非平衡散逸系の時空間パターンは、化学反応現象や生命現象を主な題材として、活発に研究されてきている。特に、ターゲット波やスパイラル波に代表されるリズム的な時空間パターンの形成は、振動性や興奮性を持つアクティブな媒体の一般的性質であり、実世界の様々な系に普遍的に観察され、生命現象においてはしばしば重要な機能的意義を持つ。一般に、それらの系は反応拡散方程式や流体方程式に代表される非線形偏微分方程式によってモデル化されることが多く、その解析的な扱いは難しい。しかし、いくつかの限られた状況では、系を低次元の常微分方程式に系統的に近似することができ、そのような手法は一般に縮約理論と呼ばれる。本研究では、リズム的な時空間パターンに対して一般的に適用可能な縮約理論を構築することと、構築した理論を生命現象等に関わる非平衡パターンに適用して、そのダイナミクスと応答特性を明らかにし、効果的な制御法を提案することを目的とする。その他、関連する非線形現象に関する研究を進める。以下に初年度の研究成果について述べる。

1. 反応拡散系におけるリズム的な時空間パターンの同期現象への位相縮約アプローチを提案した(参考文献 1)。反応拡散系のリズム的な時空間パターンを無限次元の相空間におけるリミットサイクル振動子と見なし、これに対する位相縮約理論を発展させた。ここで言う位相縮約理論とは、非線形振動子のダイナミクスをリミットサイクル軌道に沿って定義した一次元の位相のみで近似的に記述する系統的な手法のことを指す。従来の非線形振動子の位相縮約理論は有限次元の力学系にその適用対象がほぼ限られていたが、反応拡散系のような無限次元系においても、その時空間パターンを相空間における漸近安定なリミットサイクルと見なせるのであれば、リミットサイクルに沿って位相を定義し、その定義をリミットサイクルの吸引領域に拡張することにより、系のダイナミクスをやはり一次元の位相のみで近似的に記述できるものと考えられる。この考えを実際に定式化して、リミットサイクル解近傍での時空間パターンの位相を与える汎関数の線形近似を与える係数の場として位相感受関数を導入し、この関数が満たすべき随伴偏微分方程式を導出した。この随伴方程式は、有限次元の振動子に対する同様の方程式をごく自然に拡張したものとなっており、これを解くことにより、反応拡散系の外力に対する線形位相応答特性が分かる。さらに、この位相感受関数より、複数の時空間パターン間の同期現象等を低次元の振動子の場合と同様に解析できる。この理論を興奮性・振動性媒質を記述する FitzHugh-南雲系にお

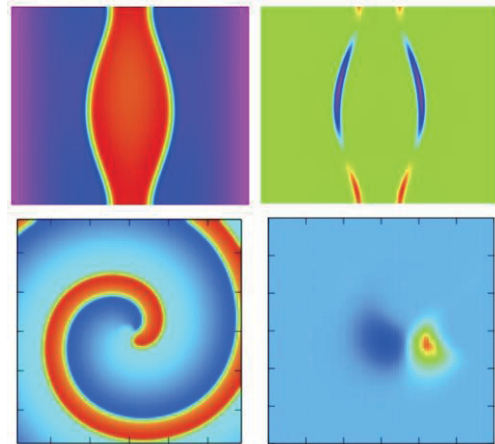


図 1(上): 空間 1 次元の FitzHugh-南雲モデルの示す局在スポット振動解(左)とその位相感受関数(右)を一周期分についてプロット。図 1(下): 空間 2 次元の FitzHugh-南雲モデルのスパイラル解(左)とその中心部付近における位相感受関数(右)のスナップショット。いずれも位相感受関数は空間的に強く局在している。

る進行パルスや局在振動スポット、スパイラルやターゲット等の典型的な時空パターンに対して適用してそれらの位相応答特性を求め、またそれらのパターン間の同期特性を説明した。図1(上)は空間1次元系における局在振動スポット解とその位相感受関数を、横軸を空間、縦軸を時間としてプロットしたものであり、スポットの界面の伸長・収縮のタイミングに対応して外力への位相応答特性が変化することが分かる。図1(下)は空間2次元系におけるスパイラル解とその位相感受関数のスナップショットであり、位相感受関数がスパイラルの中央付近に局在していることから、この時空パターンはこの局在領域への摂動に対してのみ強く応答することが分かる。図2はスパイラルを示すふたつの FitzHugh-南雲系を相互結合させた系における同相同期と逆相同期を示す。スパイラル間の同相同期現象は光感受 BZ 化学反応系において実験的にも観察されている。

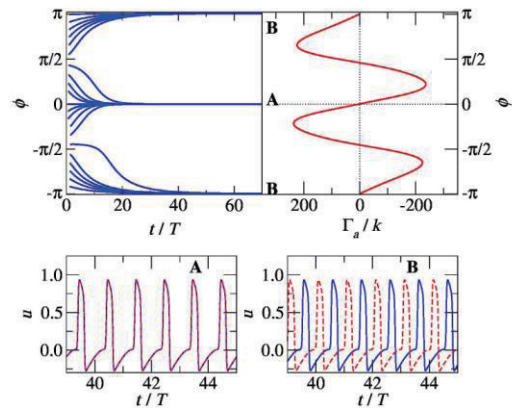


図 2: ふたつの FitzHugh-南雲モデルのスパイラル解を結合させた系における同相同期と逆相同期。初期条件によりいずれかの状態が選択される。左上図は位相差のダイナミクスを表しており、これは位相縮約理論により求まる右上図の位相結合関数により予言できる。下図 A,B はそれぞれ同相同期解、逆相同期解を示す。

2. 空間並進対称性を持つ振動対流に対する位相記述法の発展 (参考文献 2)。以前の研究において、上記 1 と同様の議論により、薄い Hele-Shaw セル中の振動熱対流に対する位相縮約理論を発展させていたが、その結果をさらに空間周期的な薄い Hele-Shaw セル中の振動熱対流に対して拡張した。この場合、対流が左右に並進移動し得るため、対流の振動の時間並進に関する位相モードに加えて、対流の位置の空間並進に関する位相モードが存在する。それらふたつの位相それぞれに対する位相感受関数を求めることにより、弱い摂動を受ける振動対流を記述するふたつの位相の従う結合方程式系を導出した。応用例として、ふたつの振動熱対流が弱く結合した系の同期現象を解析し、理論が数値シミュレーションの結果を正しく予言することを明らかにした。

3. その他、共通の環境揺らぎによる非線形振動の同期現象に関する研究 (参考文献 3,4) や、複雑ネットワーク上の非線形振動子系の不安定性に関する議論 (参考論文 5) 等も行った。

参考文献:

- (1) H. Nakao, T. Yanagita, Y. Kawamura, Physical Review X 4, 021032 (2014).
- (2) Y. Kawamura, H. Nakao, Physica D 295-296, 11-29 (2014).
- (3) W. Kurebayashi, T. Ishii, M. Hasegawa, H. Nakao, EPL 107, 10009 (2014).
- (4) M. Kazama, W. Kurebayashi, T. Tsuchida, Y. Minoshima, M. Hasegawa, K. Kimura, H. Nakao, NOLTA, IEICE 5, 157-171 (2014).
- (5) H. Nakao, Eur. Phys. J. Special Topics 223, 2411-2421 (2014).