

## A02 非平衡系におけるリズム的な時空間パターンのダイナミクスと制御

東京工業大学大学院情報理工学研究所 中尾裕也

非平衡散逸系の時空間パターンは、流体现象、化学反応現象、生命現象などを主な題材として、活発に研究されてきている。特に、リズム的な時空間パターンの形成は、非平衡状態にある流体系や化学反応系、生命現象等に幅広く観察される一般的性質であり、実世界の様々な系に普遍的に観察され、重要な機能的意義を持つこともある。一般に、それらの系は反応拡散方程式や流体方程式に代表される非線形偏微分方程式によってモデル化されることが多く、その解析的な扱いは難しい。しかし、いくつかの限られた状況では、系を低次元の常微分方程式に系統的に近似することができ、そのような手法は一般に縮約理論と呼ばれる。本研究の目的は、リズム的な時空間パターンに対して一般的に適用可能な位相縮約理論を構築することと、構築した理論を非平衡パターンに適用して、そのダイナミクスと応答特性を明らかにし、効果的な制御法などを提案することである。その他、関連する非線形現象の研究も発展させる。以下に今年度の研究成果について述べる。

昨年度までの研究で、従来の低次元力学系の非線形振動現象に対する位相縮約理論を、無限次元の力学系である反応拡散系のリズム的な時空間パターンや、Hele-Shawセル中の流体の振動的熱対流に対して拡張できることを示し、それらの系の同期現象などを議論した[1]。今年度の研究では、それらの研究をさらに発展させ、より複雑な流れ場の非線形振動の解析を目的として、格子ボルツマン法[2]によって記述される流れ場の非線形振動に対する位相縮約法を発展させた。特に、流体系の典型的な非線形振動現象として、流れ場中に置いた障害物によって生じる周期的なカルマン渦列を対象とし、その摂動に対する位相感受関数を求めて位相方程式を導出し、これを用いて周期的な外力による流れ場の同期現象を解析した。

格子ボルツマン法は流れ場の数値計算法のひとつであり、格子気体モデルに基づいて流体を多数の離散的な位置と速度を持つ仮想的な粒子の集まりとみなし、そこから計算した流れ場が通常のナビエストークス方程式を満たすように粒子間の衝突と並進のルールを定め、これに従って速度分布関数を時間発展させる手法で、複雑な境界条件を扱いやすいほか、境界条件も含めて系全体を大自由度の力学系と見なせるという利点がある。

今年度の研究では、格子ボルツマン法のアルゴリズムが決定論的な力学系と見なせるとい

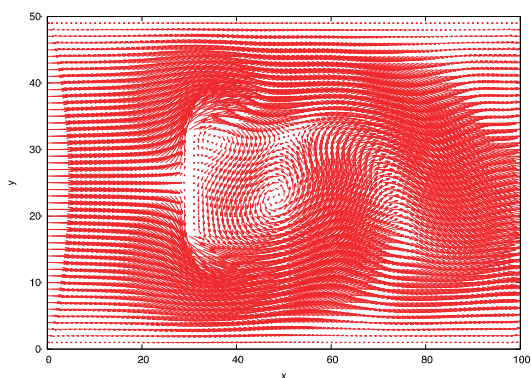


図 1. カルマン渦列の流れ場

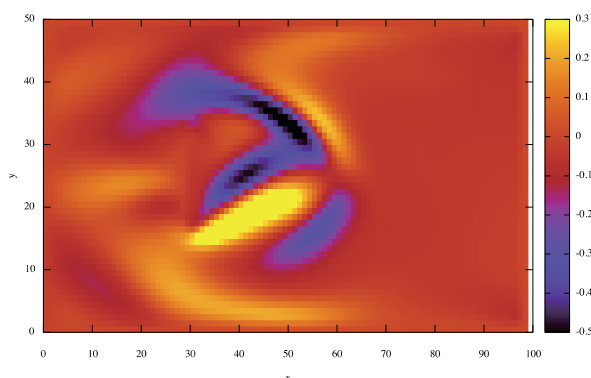


図 2. カルマン渦列の位相感受関数

う性質を利用して、周期的なカルマン渦列に対応するリミットサイクル振動状態にある格子ボルツマン系に対して、その位相感受関数を与える随伴方程式を導出し、これを数値的に解くことによって位相感受関数を求めた。ここで、位相感受関数は流れ場（正確には流れ場を構成する粒子の速度分布）に与えた微小摂動が系の非線形振動の長時間後の位相にどのような変化を及ぼすかを定量化するもので、位相縮約理論における本質的な量である。数値計算により系の流れ場に摂動を与えて直接測定した位相応答関数との比較も行い、随伴方程式から得た位相感受関数の妥当性を確認した。これにより、弱摂動を受ける周期的なカルマン渦列を1次元の位相方程式で記述できる、すなわち位相縮約できることが示された。

図1に流れ場の様子のスナップショットを示す。流体は図の左から右へ流れており、流体に対して垂直に置かれた棒状の障害物により、その下流に流れ場のマクロなリミットサイクル振動に対応するカルマン渦列が生成される。図2に対応する位相感受関数のスナップショットを示す。摂動として各点の流速を図の右方向（下流方向、実際には速度分布関数の右向き成分）を僅かに増加させたとき、その後の時間発展により流れ場のマクロな位相が進むか遅れるかを表すものである。特に、系に弱い周期外力を与える場合には、この位相感受関数と周期外力を畳み込むことで位相結合関数が計算でき、そこから流れ場が周期外力に同期するかどうかを判定できる。図3は直接数値計算によって得た周期外力による流れ場の同期の様子を示す。外力の周期が適切な範囲にあるときに、流れ場と外力の位相差がほぼ一定値に留まり、同期が生じていることが分かる。図4は外力の周期に対する位相差の増加率を示しており、周期外力による非線形振動子の同期現象において特徴的なプラトーが外力の周期のある範囲で生じていることが分かる。以上、今年度の研究により、カルマン渦列の同期現象の位相縮約解析が可能となった。これらの結果は、研究代表者の共同研究者の戸丸洋輔氏によって主に得られたものであり、現在、戸丸氏を筆頭とした投稿論文を準備中である。

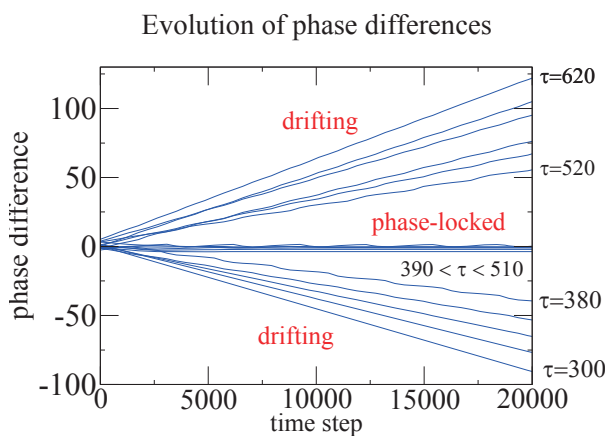


図3. 外力と渦列の位相差の発展

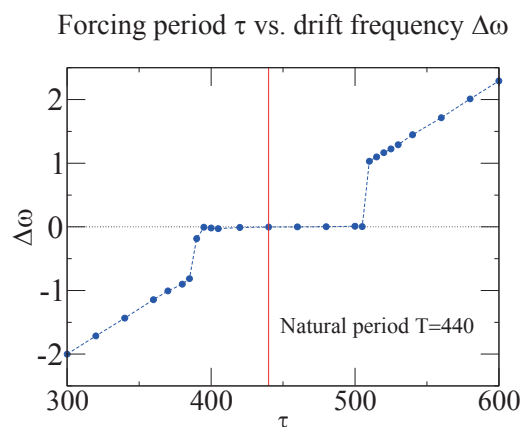


図4. 位相差の増加率

参考文献：

- (1) Hiroya Nakao, "Phase reduction approach to synchronization of nonlinear oscillators", *Contemporary Physics*, DOI: 10.1080/00107514.2015.1094987 (2015).
- (2) 稲室隆二, "格子ボルツマン法 - 新しい流体シミュレーション法 -", *物性研究* 77-2, 197-232 (2001).