

A01 地震および破壊の統計における新しい定量的関係式

東京大学地震研究所 波多野恭弘
名古屋大学環境学研究科 桂木洋光

背景と動機 地震は超巨大スケールの破壊現象であり、そのダイナミクスは極めて複雑・多様である。しかし、地震の発生頻度に関する「統計法則」に話を限定すると、非常にシンプルで普遍的な法則が成立する (1)。不思議なことに、この統計法則はしばしばスケールをはるかに越えて成り立つように見える。例えば、実験で岩石を破壊したり粉体をゆっくり変形する際には、微小な（局所的な）破壊イベントが無数に発生するが、その発生頻度に関して地震と全く同様の統計法則が成立するのである (2)。このようなスケールを越えた普遍的統計法則の背後にはロバストな統計力学的構造の存在が期待される。我々は、破壊の統計法則に対して、微視的ダイナミクスと巨視的現象論をつなぐロジックと数理を抜き出したい。

この問いに向けた一つの手がかりは「統計法則に含まれるパラメータの物理的意味」である。ここで注目するのは、ある統計法則に含まれる二つのパラメータが地震発生場の剪断応力と相関をもつという最近の仮説である (3, 4)。本研究ではこの仮説を一步進め、「地震の統計パラメータと地震発生場の剪断応力の間で成立する定量的関係式の確立」を目的とする。

この目的のために、次のような戦略で研究を行う。地震発生場の地質学的不均一性をランダム媒質としてモデル化し、その変形と破壊過程が示す統計的性質を解析的・計算的手法で求める。その過程を通じて、各種統計パラメータの物理量依存性を明らかにする。

粉体モデル 本研究課題では、そのようなランダム媒質のモデルの一つとしてとくに粉体を取り上げる。粉体は断層破砕帯のモデルと見なされ、その意味において最小スケールの「地震」を見ていることに対応する。粉体系をゆっくり変形させると、応力とエネルギーは外部からの駆動によるゆっくりとした上昇と急激な減少を不規則に繰り返し、大きく揺らぐ。これはエネルギー極小値を与える粒子配置の不連続的な変化に対応するので、これを一回の「イベント」として定義する。その際の急激なエネルギー減少幅が、一回のイベントで解放されるエネルギーである。この対数をとったものは地震におけるマグニチュードの類似量であるので、ここでもマグニチュードと呼ぶ。

マグニチュード頻度分布 粉体においてもマグニチュードごとイベント頻度分布が地震と同様の Gutenberg-Richter (GR) 則 (1) に従うことはよく知られているが、我々は、滑らかな粒子系ではジャミング密度近傍を除き GR 則は成立しないことを発見した。このことは、粉体におけるベキ則が自己組織化臨界ではなく、ジャミングの臨界性によってもたらされていることを示唆する。ただし、たいていの実験は一定圧力条件下で行われるが、その場合はだいたいジャミング密度に近くなるので、ベキ則がロバストに実現されるように見えることになる。マグニチュード頻度分布をイベント開始直前の剪断応力の値ごとに分けて取ると、ベキ指数の値が剪断応力の減少関数であることが明らかになった。この結果は、イベントの大きさが確率的に成長・停止するモデルである程度説明できる。すなわち、進行中のイベントは大きくなるほど（大きな弾性エネルギーを解放するので）停止する確率が小さくなるという連鎖反動的な確率過程を仮定すると、ベキ則とその応力依存性が定性的には説明できる。

この過程では動的効果が本質的なので、準安定状態間の遷移だけではベキ則は見られないことになる。このことを検証するために行った準安定状態間遷移シミュレーションでは、ベキ則が近似的にしか成り立たないことも確認した。このことは粉体におけるベキ則の実現に慣性効果が本質的であることを意味する。

時間相関（余震・前震） 実際の地震では、大きなイベントの後に多数の小さなイベント（余震）が続く普遍的傾向がある。この性質により、点過程としての地震は時空間に関してクラスタリングする。ここでは粉体モデルにおいてこの性質を調べた。「本震」を適切に定義することによって「余震」を定義し、その発生頻度を本震からの経過時間の関数として表すと、それが地震と同様の大森則に従うことを発見した。大森則には時定数が一つ含まれるが、この時定数が本震発生前の剪断応力値の減少関数であること、その依存性が指数関数でよく記述されることも発見した。その後、同様の指数関数依存性が実際の地震においても確認されたことは特筆される (6)。

実際の地震では大地震の前兆としてしばしば前震が言及されることがある（しかし前震を本震の発生前に定義することは現在できていない）。同様に、粉体においても本震の前に前震が多く存在することを確認し、その発生頻度が大森則を時間反転した式に従うことを発見した。しかし実際の地震では余震はかなり普遍的に発生する一方で、前震が観測されることはそれほど多くない。これは時間反転に対する非対称性としても解釈できるが、粉体ではほぼ対称で実際の地震ではかなり非対称である。非熱的な非平衡系におけるこのような時系列の時間反転対称性・非対称性が何によって特徴付けられるのか解明することは今後の研究課題である。

応力鎖ダイナミクスのモデル化 これら統計法則を特徴付けるパラメタの剪断応力依存性を簡潔な数理モデルから説明することも試みた。粉体では粉体中の応力鎖が消失する際に力を再分配するが、この再分配を平均場近似すると系の時間発展は解析的に導出できる。ここでは、本震によってもたらされるステップ的な応力変化を与えた際の時間発展を解いた。その結果、系がサドルノード分岐を経由して余震の大森則に従うことを確かめ、大森則に含まれる時定数が応力鎖消失と力の再配分に関わる緩和時間になっていることを発見した。したがって、大森則に含まれる時定数の応力依存性は応力鎖の緩和時間の応力依存性に帰着される。

参考文献:

- (1) Y. Y. Kagan, *Earthquakes: Models, Statistics, Testable Forecasts*. (American Geophysical Union, 2014)
- (2) *Statistical Models for the Fracture of Disordered Media*. eds. H. J. Hermann and S. Roux (North Holland, 1990)
- (3) D. Schorlemmer, S. Wiemer, and M. Wyss, *Nature* **437**, 539 (2005).
- (4) C. Narteau, S. Byrdina, P. Shebalin, and D. Schorlemmer, *Nature* **462**, 642 (2009).
- (5) T. Hatano, C. Narteau, and P. Shebalin, *Scientific Reports* **5**, 12280 (2015).
- (6) P. Shebalin and C. Narteau, *Nature Communications* **8**, 1317 (2017).